

MATEMÁTICA DA GUERRA: GUIAGEM DE MÍSSEIS, STEM E O SISTEMA ASTROS DA AVIBRAS

Derivadas e integrais governam a precisão do míssil AV-MTC do Sistema ASTROS; a matemática na engenharia de defesa mostra a necessidade de talentos STEM no Brasil para garantir soberania tecnológica, inspirando-nos em nações que valorizam a ciência como pilar estratégico.

Carlos A. Klomfahs*



Imagem meramente ilustrativa, gerada por inteligência artificial.

Este artigo explora a aplicação das ciências matemáticas, com foco em derivadas e integrais, nos sistemas de guiagem de mísseis modernos, exemplificando com o Sistema ASTROS (sistema de foguetes de saturação de artilharia) e seu míssil tático de cruzeiro AV-MTC. Serão detalhados os princípios matemáticos que governam a dinâmica de voo, a navegação inercial e as leis de controle, demonstrando como esses conceitos são cruciais para a precisão e eficácia desses armamentos.

A importância da modelagem matemática e da simulação será destacada através de exemplos práticos, tabelas e gráficos, e também como no Brasil é forte a demanda por jovens formados em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, tanto para o desenvolvimento nacional, quanto para a defesa militar, inspirado em países como Rússia,

China¹, Coreias e Irã², que formam milhares de jovens talentos todos os anos.

INTRODUÇÃO

O tema é de minha predileção, especialmente por ter cursado a graduação em Matemática na Universidade do Grande ABC em 2001, tendo o universo da matemática ingressado em diversos ramos, por assim dizer, inclusive no Direito e na jurimetria. Agora na área militar e de engenharia de projetos, me deparo novamente com a importância do tema para o desenvolvimento nacional. Pensando nas gerações atuais, meu objetivo também é estimular e fomentar que cada vez mais jovens se dediquem ao estudo e à pesquisa em matemática, tecnologia, engenharias e ciências, de olho na alta demanda por mão de obra qualificada, na quantidade de vagas e nos concursos públicos que serão abertos, com altos salários, em áreas estratégicas para o país como Nuclear, Espacial e Cibernética.

Me permito abrir um parêntese para homenagear e destacar que as descobertas de Albert Einstein e Stephen Hawking, embora focadas em astrofísica e física teórica, fornecem a base matemática e teórica fundamental para a navegação de precisão, sistemas de orientação e modelagem de trajetória de mísseis modernos. O papel deles é crucial para corrigir os efeitos da gravidade e da velocidade na trajetória.

Se para Einstein a física residia na matemática, com a geometria diferencial e o cálculo tensorial como os caminhos para compreender o universo, os mísseis que utilizam GPS precisam da correção de Einstein. Stephen Hawking utilizou a matemática para conectar duas áreas da física que pareciam incompatíveis: a Relatividade Geral de Einstein e a mecânica quântica, com as seguintes aplicações:

Sensores e giroscópios quânticos: A tecnologia de “giroscópios de átomos frios” ou interferometria atômica utiliza o princípio da dualidade onda-partícula (de Louis de Broglie) para detectar rotações extremamente pequenas. Isso resulta em sistemas de Navegação Inercial (INS, *inertial navigation system*) com precisão de ordens de grandeza superiores aos sistemas clássicos, permitindo que mísseis atinjam seus alvos com alta precisão sem depender de satélites.

Radar quântico (detecção *stealth*): O radar quântico utiliza propriedades como o emaranhamento e indivisibilidade dos fótons para detectar aeronaves e mísseis furtivos (*stealth*) que absorvem ou dispersam radar convencional.

1 <https://cset.georgetown.edu/article/the-global-distribution-of-stem-graduates-which-countries-lead-the-way/>.

2 Segundo Anderson Correia – julho 2025, presidente do IPT, professor titular e ex-reitor do ITA, o Irã forma 33% de seus graduados em STEM. Vide: <https://onovonormal.blog/2025/07/14/%F0%9F%93%8A-mais-de-40-dos-formandos-na-china-estao-em-cursos-de-stem-ciencia-tecnologia-engenharia-e-matematica/>.

Relógios atômicos em miniatura: Baseados na quantização de energia dos elétrons, relógios atômicos a bordo do míssil garantem uma sincronização temporal extremamente precisa, o que é crucial para a guiagem de longo alcance.

Semicondutores de alta performance: A eletrônica de guiagem, incluindo processadores e sensores de imagem, depende inteiramente da física de semicondutores, que é governada pelas regras da mecânica quântica.

Otimização de trajetória: Modelagem matemática avançada, que pode incluir aproximações quânticas, é usada para otimizar trajetórias de mísseis hipersônicos.

Retomando, a precisão balística de mísseis e foguetes modernos é um testemunho da engenhosidade humana e, fundamentalmente, da aplicação rigorosa das ciências matemáticas. Em sistemas de artilharia de alta tecnologia, como o brasileiro ASTROS, desenvolvido pela prestigiosa Avibras, a capacidade de atingir alvos com exatidão a longas distâncias depende intrinsecamente de complexos cálculos matemáticos.

A importância da formação qualificada no Brasil, com a rica herança matemática e de engenharia da cultura persa (atual Irã), destacando como essa valorização histórica do conhecimento técnico pode servir de inspiração para o desenvolvimento nacional.

A crescente sofisticação de sistemas como o ASTROS, cujos algoritmos de guiagem são profundamente enraizados no cálculo diferencial e integral, e evidencia uma demanda inequívoca por talentos no Brasil em áreas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM, *Science, Technology, Engineering, and Mathematics*).

Para que o país não apenas mantenha, mas expanda sua autonomia tecnológica e relevância estratégica global, é imperativo fomentar uma educação de base que inspire jovens a seguir carreiras técnicas, capacitando-os a desenvolver e operar tecnologias de ponta. Nesse contexto, é instrutivo olhar para a história de povos como os persas, hoje iranianos, cuja sociedade foi e continua a ser profundamente moldada pela engenharia e pela matemática.

Desde a antiguidade, com a construção de complexos sistemas de irrigação (os *qanats*) e a arquitetura monumental de cidades como Persépolis, até as contribuições de matemáticos como Omar Khayyam, que avançou significativamente no campo da álgebra e geometria, a cultura persa demonstra uma valorização intrínseca do pensamento lógico e da aplicação prática da ciência.

Essa herança histórica de uma sociedade alicerçada na engenharia não apenas permitiu sua sobrevivência e florescimento em ambientes desafiadores, mas também serve como um exemplo de como o domínio das ciências exatas é crítico para a soberania, a inovação e o

desenvolvimento de qualquer nação.

O míssil AV-MTC (Míssil Tático de Cruzeiro), parte integrante do Sistema ASTROS 2020, com seu alcance de 300 km, é um exemplo de como a engenharia aeroespacial se apoia em conceitos matemáticos avançados para garantir desempenho superior.

De mais a mais, este artigo visa desmistificar a matemática por trás da guiagem de mísseis, focando especificamente no papel das derivadas e integrais. Esses pilares do cálculo diferencial e integral são as ferramentas essenciais para descrever e prever o movimento de um míssil no espaço tridimensional, desde o momento do lançamento até o impacto no alvo.

A compreensão da velocidade, aceleração, posição e orientação de um projétil em tempo real é vital para a correção de sua trajetória e para a eficácia da missão. Através de exemplos práticos, tabelas e representações gráficas, demonstraremos como esses conceitos matemáticos são aplicados na navegação inercial, nas leis de guiagem e nos sistemas de controle que garantem a precisão do AV-MTC e de outros mísseis de cruzeiro: o uso de derivadas e integrais é absolutamente fundamental para o cálculo e a engenharia por trás da guiagem de mísseis. São a linguagem matemática usada para descrever o movimento, prever trajetórias e calcular as correções necessárias para que um míssil possa interceptar um alvo com precisão.

APLICAÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

De forma geral, o cálculo diferencial e integral é aplicado nas seguintes áreas:

Aplicações do Cálculo Diferencial e Integral

Área de Aplicação	Papel das Derivadas	Papel das Integrais
Modelagem do Movimento	Descrever velocidades e acelerações (taxas de variação da posição e velocidade) a partir das forças atuantes.	Calcular a posição e a velocidade futuras do míssil a partir das acelerações medidas.
Leis de Guiagem (Ex: Navegação Proporcional)	Calcular a taxa de rotação da linha de visada (derivada da direção do alvo em relação ao míssil).	Determinar a aceleração total necessária ao longo do tempo para corrigir a trajetória.
Otimização de Trajetórias (Controle Ótimo)	Fazer parte do "cálculo de variações" para encontrar a trajetória que minimiza um "custo" (ex: tempo, energia).	Calcular o "índice de desempenho" (custo total) a ser minimizado, que é a integral de uma função ao longo do trajeto.

Tabela: BLOG VELHO GENERAL • Fonte: Elaboração do Autor • Criado com Datawrapper

TABELA 1: As aplicações do Cálculo Diferencial Integral.

1. IMPORTÂNCIA DAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS NA ENGENHARIA DE MÍSSEIS

A engenharia de mísseis, em sua essência, é uma disciplina intrinsecamente matemática. A

capacidade de projetar, desenvolver e operar sistemas de armas de precisão, como o ASTROS e o AV-MTC, depende criticamente de uma compreensão profunda e aplicação rigorosa de conceitos matemáticos. A ciência matemática fornece a linguagem e as ferramentas necessárias para:

- **Modelagem e simulação:** Antes mesmo de um protótipo ser construído, a matemática permite criar modelos virtuais do míssil e de seu ambiente operacional. Equações diferenciais e integrais descrevem o comportamento aerodinâmico, a propulsão, a dinâmica de voo e a interação com o sistema de guiagem. Essas simulações são cruciais para testar e otimizar o design, reduzir custos e tempo de desenvolvimento, e prever o desempenho em cenários reais.
- **Precisão e confiabilidade:** A precisão de um míssil é diretamente proporcional à exatidão dos cálculos matemáticos envolvidos em sua guiagem. Pequenos erros nas medições ou nas integrações podem resultar em desvios significativos do alvo. A matemática, portanto, é fundamental para garantir que o míssil atinja seu objetivo com a menor margem de erro possível, aumentando a eficácia da missão e minimizando danos colaterais.
- **Otimização de desempenho:** As derivadas são amplamente utilizadas em algoritmos de otimização para maximizar o alcance, a velocidade, a manobrabilidade ou a capacidade de evasão de um míssil, ao mesmo tempo em que minimizam o consumo de combustível ou o tempo de voo. A busca por soluções ótimas em engenharia é um problema matemático que depende fortemente do cálculo diferencial.
- **Desenvolvimento de algoritmos de controle:** Os sistemas de controle que mantêm o míssil estável e na trajetória correta são projetados com base em teorias matemáticas robustas, como a teoria de controle clássica e moderna. Derivadas e integrais são componentes essenciais desses algoritmos, permitindo que o míssil reaja dinamicamente a perturbações e mantenha o curso desejado.
- **Análise de dados e tomada de decisão:** Em sistemas de guiagem avançados, a matemática é empregada para processar e analisar grandes volumes de dados de sensores, como no Filtro de Kalman. Isso permite uma estimativa mais precisa do estado do míssil e do alvo, fornecendo informações críticas para a tomada de decisões autônomas a bordo do míssil. A capacidade de inferir informações a partir de dados ruidosos é um triunfo da matemática aplicada.

Em suma, a ciência matemática não é apenas uma ferramenta auxiliar na engenharia de mísseis; ela é a base conceitual e operacional sobre a qual toda a disciplina é construída. Sem o rigor e a capacidade preditiva do cálculo, a sofisticação e a precisão dos mísseis

modernos seriam inatingíveis.

1.1. MODELAGEM MATEMÁTICA DO MÍSIL: O PONTO DE PARTIDA

Antes de qualquer coisa, é preciso um modelo matemático que descreva como o míssil se move e esse modelo é composto por equações diferenciais que relacionam forças, acelerações, velocidades e posição.

Derivadas para descrever o estado: A base de tudo é a relação entre posição (s), velocidade (v) e aceleração (a). A velocidade é a derivada da posição em relação ao tempo ($v = ds/dt$), e a aceleração é a derivada da velocidade ($a = dv/dt$). Os sensores inerciais do míssil (acelerômetros) medem a aceleração. Já para saber onde o míssil está, o computador de bordo precisa integrar essa aceleração uma vez para obter a velocidade, e integrar a velocidade para obter a posição.

Forças e Momentos: O modelo também inclui equações diferenciais que descrevem como as forças aerodinâmicas (arrasto, sustentação) e os momentos (que fazem o míssil girar) afetam sua aceleração e rotação. Isso é crucial para o piloto automático.

2. LEIS DE GUIAGEM: O “CÉREBRO” DA INTERCEPTAÇÃO

A lei de guiagem é o algoritmo que determina as manobras que o míssil deve fazer para acertar o alvo. A mais comum é a Navegação Proporcional (PN, *Proportional Navigation*), e ela é um exemplo clássico do uso de derivadas.

A derivada na PN: A lei da PN determina que a aceleração comandada do míssil (a_c) deve ser proporcional à taxa de rotação da linha de visada ($\dot{\lambda}$). A linha de visada é a linha imaginária que liga o míssil ao alvo.

O Segredo: se a linha de visada não está rotacionando ($\dot{\lambda} = 0$), significa que o míssil está em uma trajetória de colisão direta e nenhuma aceleração é necessária. Se ela está rotacionando, o míssil precisa acelerar para anular essa rotação. O sistema de busca do míssil mede λ e seu computador calcula a derivada $\dot{\lambda}$ para gerar o comando de manobra.

Otimização e Controle Ótimo: Para mísseis mais avançados, especialmente contra alvos manobráveis, usa-se a Teoria de Controle Ótimo. Aqui, o objetivo é minimizar um “índice de desempenho” (J), uma integral que pondera fatores como o erro de interceptação final (o “miss distance”) e a energia gasta nas manobras ao longo de toda a trajetória.

O problema então se torna encontrar a função de controle (a sequência de manobras) que

minimiza essa integral. Isso é resolvido com técnicas avançadas que envolvem derivadas (como as equações de Euler-Lagrange do cálculo de variações) e a solução de uma equação diferencial chave chamada Equação de Riccati.

3. NAVEGAÇÃO E GUIAGEM ESPECÍFICAS

Diferentes tipos de míssil usam o cálculo de maneiras específicas:

Mísseis Balísticos: No vácuo do espaço, sua trajetória é uma elipse. O problema de guiagem é um problema de “duas órbitas” (*two-body problem*), onde se usa cálculo avançado para determinar a velocidade e o ângulo de lançamento corretos para que a trajetória elíptica do míssil intercepte o alvo na superfície da Terra. Conceitos como “*velocity-to-be-gained*” (velocidade a ser ganha) são usados, que nada mais é do que a diferença entre a velocidade necessária e a velocidade atual, e seu controle é feito para levá-la a zero.

Mísseis de Cruzeiro: Eles voam a baixa altitude e usam sistemas como o TERCOM (*Terrain Contour Matching*). Este sistema funciona fazendo leituras da altitude do terreno abaixo do míssil (uma função da posição) e comparando com um mapa digital armazenado a bordo. Para que essa comparação seja feita, o sistema precisa encontrar a melhor correspondência entre o perfil de altitude medido e o mapa, um processo que pode envolver correlação de integrais (ou somatórios, na versão discreta) para determinar a posição mais provável do míssil e corrigir desvios.

Em essência, um míssil guiado é um computador voador que resolve equações diferenciais em tempo real. As derivadas são usadas para saber a taxa de variação de parâmetros críticos (como a direção do alvo), enquanto as integrais são usadas para propagar o estado atual (posição e velocidade) para o futuro e para calcular o custo total de uma determinada estratégia de interceptação.

A precisão de um míssil moderno é um testemunho direto da aplicação sofisticada desses conceitos matemáticos, permitindo que ele processe informações sensoriais, modele seu próprio movimento e tome decisões de manobra em frações de segundo.

4. PAPEL DAS DERIVADAS NA DINÂMICA DE VOO

As derivadas são a espinha dorsal da descrição do movimento e das mudanças em sistemas dinâmicos, sendo indispensáveis na análise da trajetória de um míssil. Elas permitem quantificar as taxas de variação de grandezas físicas cruciais para a guiagem e o controle. No contexto do míssil AV-MTC, as derivadas tem diversos empregos.

4.1. DESCRIÇÃO CINEMÁTICA DO VOO

A cinemática de um míssil envolve a descrição de sua posição, velocidade e aceleração. A relação entre essas grandezas é fundamentalmente definida por derivadas:

- **Velocidade (v):** É a taxa de variação da posição (r) em relação ao tempo (t). Matematicamente, a velocidade instantânea é a primeira derivada da função posição: $v(t) = \frac{dr}{dt}$.
- **Aceleração (a):** É a taxa de variação da velocidade (v) em relação ao tempo (t), ou a segunda derivada da posição: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$.

Essas relações são continuamente calculadas a bordo do míssil por seu sistema de navegação, utilizando dados de acelerômetros e giroscópios. A precisão desses cálculos é vital para determinar a posição futura do míssil e, conseqüentemente, para ajustar sua trajetória.

4.2. TAXA DE LINHA DE VISADA (LOS RATE) NA NAVEGAÇÃO PROPORCIONAL

Uma das leis de guiagem mais comuns e eficazes é a Navegação Proporcional (PN, Proportional Navigation). A PN baseia-se no princípio de que a taxa de rotação do vetor velocidade do míssil deve ser proporcional à taxa de rotação da linha de visada (LOS, *Line of Sight*) entre o míssil e o alvo. A taxa de linha de visada, denotada por $\dot{\lambda}$, é a derivada do ângulo da linha de visada em relação ao tempo. A lei de guiagem PN pode ser expressa como:

$$a_c = N v_m \dot{\lambda}$$

Onde a_c é a aceleração de comando (a aceleração que o míssil deve gerar perpendicularmente à LOS), N é a constante de navegação (geralmente entre 3 e 5), e v_m é a velocidade do míssil.

A derivada $\dot{\lambda}$ é, portanto, um componente crítico para o cálculo da manobra necessária para interceptar o alvo.

4.3. CONTROLE DE ATITUDE E ESTABILIDADE

Para manter a estabilidade e controlar a orientação do míssil no espaço, são utilizadas derivadas dos ângulos de Euler (*pitch*, *roll*, *yaw*). Sensores como giroscópios medem as taxas de rotação angular, que são as derivadas dos ângulos de atitude. Essas taxas são realimentadas para o sistema de controle, que então calcula as deflexões necessárias nos atuadores (superfícies de controle aerodinâmico ou jatos de vetorização de empuxo) para

corrigir desvios e manter o míssil na trajetória desejada.

A estabilidade dinâmica de um míssil é frequentemente analisada através de equações diferenciais que descrevem a evolução de seus ângulos e taxas angulares ao longo do tempo. Um exemplo prático da aplicação de derivadas no controle de guiagem é ilustrado no gráfico de correção de erro (FIGURA 1), onde a taxa de variação do erro de altitude é utilizada para determinar a ação corretiva necessária. Uma derivada negativa indica que o erro está diminuindo, enquanto uma positiva indica que está aumentando, permitindo ao sistema de controle antecipar e reagir de forma eficaz.

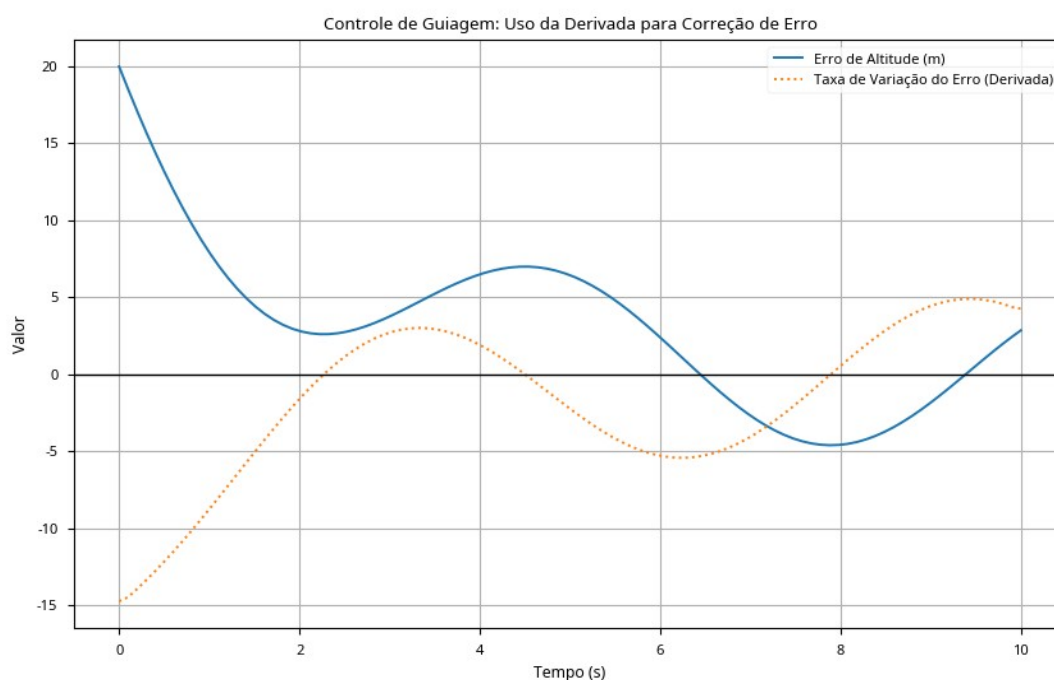


FIGURA 1: Exemplo de uso da derivada para correção de erro em um sistema de guiagem.

5. INTEGRAIS NA NAVEGAÇÃO E CONTROLE

Se as derivadas descrevem as taxas de mudança, as integrais são suas operações inversas, permitindo acumular essas mudanças ao longo do tempo para determinar grandezas como velocidade a partir da aceleração, ou posição a partir da velocidade. Elas são cruciais para sistemas de navegação que precisam rastrear a posição e o movimento de um míssil com alta precisão. No contexto do AV-MTC e de outros mísseis, as integrais são empregadas principalmente em:

5.1. NAVEGAÇÃO INERCIAL (INS)

Os Sistemas de Navegação Inercial (INS, *Inertial Navigation System*) são o coração da guiagem autônoma de mísseis. Eles operam medindo continuamente as acelerações e as taxas angulares do míssil usando acelerômetros e giroscópios, respectivamente. A partir dessas medições, a posição e a orientação do míssil são calculadas através de um processo de integração:

- **Cálculo da Velocidade:** A velocidade do míssil é obtida integrando-se a aceleração medida pelos acelerômetros ao longo do tempo: $v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(\tau) d\tau$. Onde v_0 é a velocidade inicial no tempo t_0 .

- **Cálculo da Posição:** A posição do míssil é determinada integrando-se a velocidade calculada ao longo do tempo: $r(t) = r_0 + \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau$. Onde r_0 é a posição inicial no tempo t_0 .

Este processo de dupla integração é fundamental para o INS, permitindo que o míssil determine sua posição, velocidade e atitude sem depender de referências externas, como sinais de GPS, por curtos períodos.

A precisão do INS é crítica, pois pequenos erros nas medições de aceleração e nas integrações podem se acumular rapidamente, levando a desvios significativos na trajetória. Por essa razão, sistemas modernos como o AV-MTC combinam INS com GPS/GLONASS para correção periódica de erros, formando um sistema híbrido de navegação.

5.2. CÁLCULO DE TRAJETÓRIA E ALCANCE

As integrais também são utilizadas para calcular a trajetória completa do míssil e prever seu ponto de impacto. Considerando as forças aerodinâmicas, a gravidade e o empuxo do motor, as equações de movimento do míssil são formuladas como equações diferenciais. A solução dessas equações, que envolvem integrações, permite determinar a trajetória ideal para atingir o alvo com a máxima eficiência e precisão.

Além disso, o cálculo do consumo de combustível e a variação da massa do míssil ao longo do voo também dependem de integrais, influenciando diretamente o alcance e o perfil de voo.

5.3. FILTRO DE KALMAN E INTEGRAÇÃO DE SENSORES

Em sistemas de guiagem avançados, como os utilizados no AV-MTC, técnicas como o Filtro de Kalman empregam integrais para combinar dados de múltiplos sensores (INS, GPS, altímetros, etc.) de forma otimizada.

O Filtro de Kalman é um algoritmo recursivo que estima o estado de um sistema dinâmico (posição, velocidade, atitude) a partir de uma série de medições ruidosas. Ele utiliza integrais para prever o estado futuro do míssil e derivadas para calcular as covariâncias dos erros, resultando em uma estimativa mais precisa e robusta do que a obtida por qualquer sensor individualmente.

O gráfico da FIGURA 2 ilustra a relação entre aceleração, velocidade e posição, demonstrando como a integração sucessiva de uma grandeza leva à próxima, fundamental para a navegação inercial.

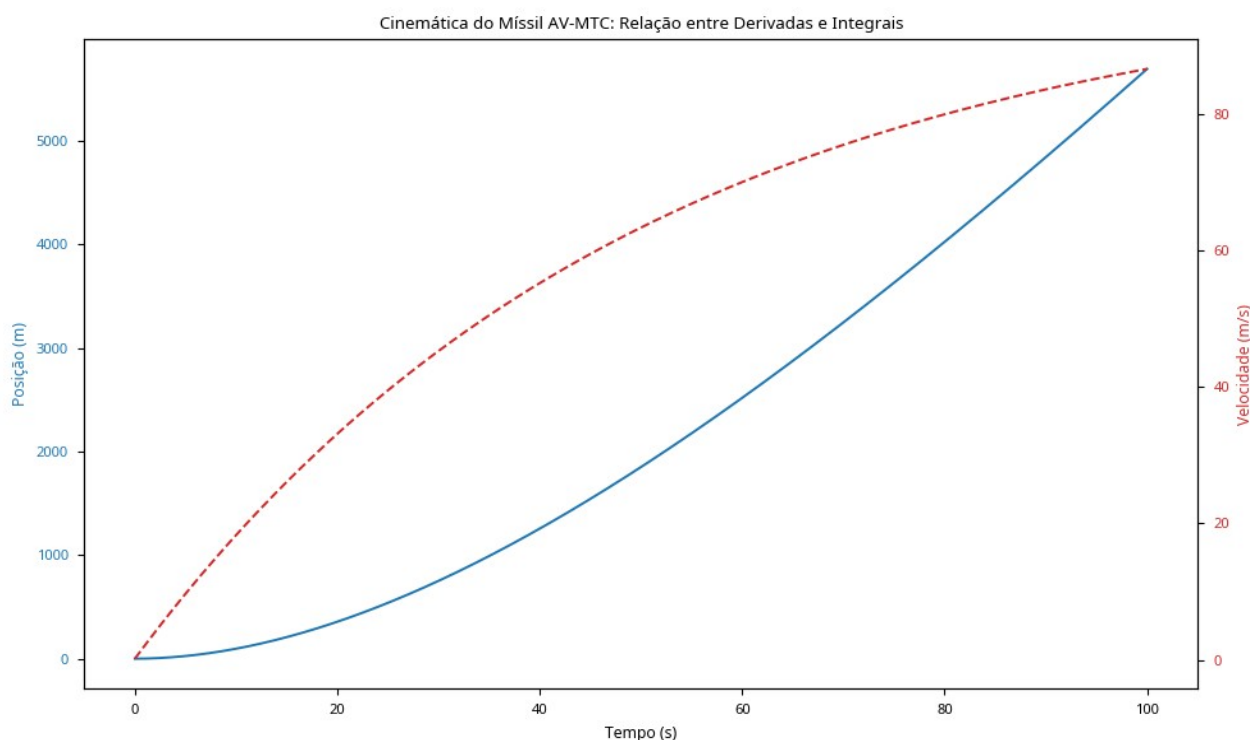


FIGURA 2: Cinemática do míssil AV-MTC: relação entre Derivadas e Integrais.

6. APLICAÇÕES PRÁTICAS E MODELAGEM MATEMÁTICA

A aplicação das derivadas e integrais na guiagem de mísseis não se restringe aos conceitos teóricos, mas se materializa em modelos matemáticos complexos e simulações computacionais que são a base do desenvolvimento e teste de sistemas como o AV-MTC. A modelagem matemática permite que engenheiros prevejam o comportamento do míssil sob diversas condições, otimizem seu desempenho e desenvolvam algoritmos de controle robustos.

6.1. SIMULAÇÃO DE TRAJETÓRIA E PONTO DE IMPACTO

Através da integração numérica das equações de movimento, é possível simular a trajetória completa de um míssil, considerando fatores como arrasto aerodinâmico, vento, rotação da Terra e variação da gravidade. Essas simulações, que utilizam intensivamente integrais, permitem determinar o ponto de impacto com alta precisão e avaliar a eficácia de diferentes perfis de voo. Por exemplo, a tabela a seguir ilustra um conjunto simplificado de dados de trajetória, onde a posição é obtida pela integração da velocidade, que por sua vez é a integral da aceleração.

Exemplo simplificado de dados de trajetória de míssil

Tempo (s)	Aceleração (m/s²)	Velocidade (m/s)	Posição (m)
0	0	0	0
1	10	5	3
2	8	13	11
3	6	19	26
4	4	23	47
5	2	25	71

Tabela: BLOG VELHO GENERAL • Fonte: Elaboração do Autor • Criado com Datawrapper

TABELA 2: Exemplo simplificado de dados de trajetória de míssil.

6.2. OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE CONTROLE

As derivadas são empregadas na otimização dos parâmetros dos controladores de voo. Por exemplo, em um controlador PID (Proporcional Integral Derivativo), os ganhos P, I e D são ajustados para garantir que o míssil responda de forma rápida e estável às mudanças de curso. A componente derivativa (D) do controlador atua na taxa de variação do erro, permitindo uma resposta preditiva que evita overshoot e oscilações. A componente integral (I) atua no erro acumulado ao longo do tempo, eliminando erros de estado estacionário.

6.3. GUIAGEM TERMINAL E INTERCEPTAÇÃO

Na fase terminal do voo, quando o míssil se aproxima do alvo, algoritmos de guiagem avançados, como a Navegação Proporcional Modificada (MPN, *Modified Proportional Navigation*) ou a Navegação Ótima, utilizam derivadas para calcular as manobras evasivas do alvo e ajustar a trajetória do míssil em tempo real para garantir a interceptação. A capacidade de prever o movimento futuro do alvo e do míssil, baseada em modelos diferenciais, é crucial para o sucesso da missão. A FIGURA 1, apresentada anteriormente, demonstra como a derivada do erro é utilizada para guiar o míssil de volta à trajetória

desejada, minimizando desvios.

Essas aplicações práticas demonstram que a matemática não é apenas uma ferramenta abstrata, mas um componente integral e indispensável para o projeto, desenvolvimento e operação de sistemas de mísseis de alta performance como o ASTROS.

À GUIA DE CONCLUSÃO

Este artigo demonstrou a importância inegável das ciências matemáticas na guerra, com especial destaque para as derivadas e integrais, na guiagem e controle de mísseis modernos, como o AV-MTC do Sistema ASTROS. Vimos como as derivadas são ferramentas essenciais para descrever a cinemática do voo, quantificando a velocidade e a aceleração, e para implementar leis de guiagem como a Navegação Proporcional, que exige o cálculo da taxa de linha de visada. Além disso, as derivadas são cruciais para o controle de atitude e estabilidade, permitindo que o míssil reaja a perturbações e mantenha sua orientação.

Por outro lado, as integrais são fundamentais para a navegação inercial, permitindo que o míssil determine sua posição e velocidade a partir de medições de aceleração. Elas são a base para o cálculo preciso da trajetória e do alcance, e desempenham um papel vital em algoritmos avançados de fusão de sensores, como o Filtro de Kalman, que integram dados de múltiplas fontes para uma estimativa de estado mais robusta. A modelagem matemática, que se apoia fortemente em equações diferenciais (envolvendo derivadas e integrais), é o alicerce para a simulação, otimização e validação do desempenho desses sistemas complexos.

A precisão, confiabilidade e eficácia de mísseis como o AV-MTC são diretamente proporcionais à sofisticação e ao rigor matemático empregado em seu projeto e operação. A ciência matemática não é meramente uma ferramenta de cálculo, mas a linguagem que permite aos engenheiros compreender, prever e controlar o comportamento de sistemas dinâmicos complexos. Assim, a contínua inovação e o aprimoramento na engenharia de mísseis dependem intrinsecamente de mão de obra qualificada em STEM, focada na nova geração de jovens, e do avanço e da aplicação das ciências matemáticas, garantindo que a tecnologia de defesa atinja novos patamares de desempenho e segurança. Países como Rússia, China as duas Coreias e o Irã tem formado milhares de cientistas e matemáticos para sua base industrial de defesa e seu desenvolvimento nacional tanto civil quanto militar, o que deve servir de inspiração para nossa sociedade.

REFERÊNCIAS

Advanced Flight Dynamics and Control of Aircraft, Missiles, and Hypersonic Vehicles.

American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA).

<https://aiaa.org/courses/advanced-flight-dynamics-and-control-of-aircraft-missiles-and-hypersonic-vehicles-online-short-course-starts-6-may-2025/>.

FARUQI, Farhan A.; **VU**, Thanh L. *Mathematical Models for a Missile Autopilot Design*. DSTO-TN-0449. Melbourne: Defence Science and Technology Organisation, 2002.

<https://apps.dtic.mil/sti/tr/pdf/ADA407845.pdf>.

HAWLEY, Patricia A. **BLAUWKAMP**, Ross A. *Six-Degree-of-Freedom Digital Simulations for Missile Guidance, Navigation and Control*. Johns Hopkins APL Technical Digest, v. 29, n. 1, p. 15-25, 2008. <https://secwww.jhuapl.edu/techdigest/content/techdigest/pdf/V29-N01/29-01-Hawley.pdf>.

DOHI, Naoto *et al.* *Modified Proportional Navigation for a Missile with Varying Velocity – Comparison with the Optimal Guidance*. In: 24th International Congress of the Aeronautical Sciences, 2004, Yokohama. http://www.icas.org/icas_archive/ICAS2004/PAPERS/194.PDF.

JACKSON, Paul B. *Overview of Missile Flight Control Systems*. Johns Hopkins APL Technical Digest, v. 29, n. 1, p. 3-14, 2008. <https://www.jhuapl.edu/Content/techdigest/pdf/V29-N01/29-01-Jackson.pdf>.

HODŽIĆ, Mirza e **PRLJAČA**, Naser. *Missile Guidance using Proportional Navigation and Machine Learning*. Journal of Engineering Research and Sciences, v. 2, n. 3, 2023.

https://www.jenrs.com/publications/JENRS_0303003.pdf.

PALUMBO, Neil F. *et al.* *Modern Homing Missile Guidance Theory and Techniques*. Johns Hopkins APL Technical Digest, v. 29, n. 1, 2008.

https://secwww.jhuapl.edu/techdigest/content/techdigest/pdf/V29-N01/29-01-Palumbo_Homing.pdf.

**Carlos A. Klomfahs é advogado, especialista em Direito Internacional dos Conflitos Armados e operador de Inteligência. Egresso curso de geopolítica da ECME e estratégia marítima da Escola de Guerra Naval. É mestrando no Programa de Pós-Graduação em Segurança Internacional e Defesa (PPGSID) da Escola Superior de Guerra.*
